

Sepideh MIRRAHIMI (Toulouse)

Singular limits for reaction-diffusion equations with fractional Laplacian

Limites singulières pour des équations de réaction-diffusion à diffusion fractionnaire

Nous effectuons une analyse asymptotique de certains modèles de dynamique de population avec un laplacien fractionnaire. Une approche basée sur une ansatz WKB et équations de Hamilton-Jacobi a été développé depuis des années 80's pour étudier le comportement qualitatif des équations de réaction-diffusion. Cette approche permet de décrire les phénomènes de propagation dans des modèles de dispersion et les créations de masses de Dirac dans des modèles de sélection et mutation.

Dans ce travail, nous étendons cette approche à des équations de réaction-diffusion avec un laplacien fractionnaire. En particulier, en effectuant un changement d'échelle de l'équation de Fisher-KPP fractionnaire, on retrouve la vitesse exponentielle de propagation de population et on montre que le seul rôle du Laplacien fractionnaire pour déterminer cette vitesse de propagation est en temps initial, lorsqu'il détermine l'épaisseur des queues de la solution.

Ce travail a été effectué en collaboration avec Sylvie Méléard.

We perform an asymptotic analysis of models of population dynamics with a fractional Laplacian. An approach based on a WKB ansatz and Hamilton-Jacobi equations has been developed since the 80's to study qualitative behavior of reaction-diffusion equations. This approach has allowed to describe propagation phenomena in dispersion models, and Dirac concentrations in selection-mutation models. In this work we extend this approach to reaction-diffusion equations with fractional diffusion. In particular, by performing a long time/long range rescaling of the fractional Fisher-KPP equation, we rediscover the exponential speed of propagation of the population and show that the only role of the fractional Laplacian in determining this speed is at the initial layer where it determines the thickness of the tails of the solution.

This is a joint work with Sylvie Méléard.