

El Maati OUHABAZ (Bordeaux 1)

Maximal regularity for non-autonomous equations: recent progress on a problem by J.L. Lions

Régularité maximale pour des équations non-autonomes : progrès récents pour un problème de J.L. Lions

Nous considérons la question de la régularité maximale pour les équations d'évolution non-autonomes

$$u'(t) + A(t) u(t) = f(t), u(0) = u_0.$$

Chaque opérateur $A(t)$ est associé à une forme sesquilinéaire $a(t; \cdot; \cdot)$ sur un espace d'Hilbert H . Nous supposons que ces formes ont toutes le même domaine et satisfont des hypothèses de régularité en t (par exemple, Hölder d'ordre $> 1/2$). Nous prouvons la régularité L_p -maximale pour tout u_0 dans l'espace d'interpolation réelle $(H; D(A(0)))_{1/p', p}$. Le cas particulier $p=2$ améliore des résultats antérieurs connus et donne une réponse positive à une question de J. L. Lions sur l'ensemble des données initiales permises.

We consider the maximal regularity problem for non-autonomous evolution equations

$$u'(t) + A(t) u(t) = f(t), u(0) = u_0.$$

Each operator $A(t)$ is associated with a sesquilinear form $a(t; \cdot; \cdot)$ on a Hilbert space H . We assume that these forms all have the same domain and satisfy some regularity assumption with respect to t (e.g., piecewise α -Hölder continuous for order $> 1/2$). We prove maximal L_p -regularity for all u_0 in the real-interpolation space $(H; D(A(0)))_{1/p', p}$. The particular case where $p = 2$ improves previously known results and gives a positive answer to a question of J.L. Lions on the set of allowed initial data.