

Francesco RUSSO

ENSTA ParisTech, <http://uma.ensta-paristech.fr/~russo>

KOLMOGOROV EQUATIONS RELATED TO FRAMES OF DIFFUSION PROCESSES AND RELATED PATH DEPENDENT CALCULUS.

EQUATIONS DE KOLMOGOROV ASSOCIÉES À DES PROCESSUS FENÊTRE DE PROCESSUS DE DIFFUSIONS.

L'exposé sera basé sur une collaboration avec Andrea Cosso (Politecnico Milano et Paris VII) et Cristina Di Girolami (Pescara).

D'abord nous fixerons le cadre du calcul stochastique via régularisations dans les espaces de Banach introduits par C. Di Girolami et F. Russo et la notion de réplication robuste d'une variable aléatoire par rapport à un processus sous-jacent S à variation quadratique finie. Lorsque la v.a. est du type $h = f(S_T)$ pour une maturité donnée T , une méthode utile pour la réplication robuste de h est de l'exprimer comme $h = u(T, S_T)$ où u est une solution d'une équation aux dérivées partielles (EDP), dite de Kolmogorov. Lorsque h dépend de toute la trajectoire, on s'attend à ce que le bon outil soit une fonction u vérifiant une EDP similaire mais en dimension infinie.

La seconde partie de l'exposé sera consacrée à l'étude des équations de Kolmogorov en dimension infinie et plus particulièrement associées au processus fenêtre d'un mouvement brownien *window Brownian motion* et d'autres processus à dépendance fonctionnelle. Nous rappelons que lorsque S est un mouvement brownien standard l'équation de Kolmogorov associée est l'équation de la chaleur (avec condition terminale). Pour cette raison une équation de Kolmogorov associée à un mouvement brownien fenêtre sera appelée *path dependent heat equation*. Nous établissons un théorème d'existence et unicité pour les solutions strictes (régulières) d'une *path dependent heat equation* de type semilinéaire.

Souvent les équations aux dérivées partielles en dimension infinie n'ont pas de solution stricte. Pour cela nous introduisons la notion de *strong viscosity solution* qui constitue un concept de substitution à la notion de viscosité en dimension infinie, qui est encore mal comprise. La notion de *strong-viscosity solution* est inspirée de la notion analytique de *good solution* qui est basée sur un schéma d'approximation. Nous établissons également un théorème d'unicité des EDP de type Kolmogorov dans le cadre de ces solutions.

This talk is based on a collaboration with Andrea Cosso (Politecnico Milano and Paris VII) and Cristina Di Girolami (Pescara).

First we remind the framework of Banach space valued via regularizations introduced by C. Di Girolami and the speaker and the notion of robust replication of a random variable. The second part of the talk will be devoted to the study of the Kolmogorov type equation associated with the so called window Brownian motion, called path-dependent heat equation, for which well-posedness at the level of strict solutions is established. Third, a notion of strong approximating solution, called strong-viscosity solution, is introduced which is supposed to be a substitution tool to the viscosity solution. The definition of strong-viscosity solution will be extended to semilinear PDEs associated with the path dependent heat equation. This is inspired by the notion of *good solution*, and it is based again on an approximating procedure.