

Rabia Djellouli

Retrieving the shape in an inverse elasto-acoustic scattering problem: A mathematical investigation and a multi-step solution methodology

Interdisciplinary Research Institute for the Sciences (IRIS) & INRI Associate Team
Department of Mathematics
California State University Northridge
18111 Nordhoff Street, CA 91330 Northridge, USA
rabia.djellouli@csun.edu

La détermination de la forme d'un obstacle à partir de ses effets sur les ondes acoustiques est un problème important dans beaucoup de domaines tels qu'en exploration sous-marine, géophysique ou imagerie médicale. Ce problème d'obstacle inverse (IOP) est difficile à résoudre, spécialement pour ses aspects numériques (nature non linéaire et caractère mal posé du problème). Son approfondissement exige de comprendre le problème direct de diffusion associé et de maîtriser les méthodes de résolution numérique correspondantes.

Le principal but de ce travail est le développement d'une procédure efficace pour récupérer la forme d'un obstacle élastique à partir de la connaissance de quelques champs lointains et de quelques hypothèses sur les caractéristiques de la surface de l'obstacle. Nous proposons une approche basée sur une méthode du type Newton régularisée.

Nous proposons une méthode itérative pour résoudre le problème IOP considéré. A chaque itération, nous cherchons la solution d'un système linéaire dont les entrées sont les dérivées de Fréchet d'un champ élasto-acoustique par rapport aux paramètres de forme. Nous prouvons que ces dérivées sont les solutions du même problème direct élasto-acoustique, ce dernier différant seulement par les conditions de transmission à la surface du diffuseur.

L'efficacité numérique du solveur IOP dépend principalement de celle de la solution du problème direct intervenant à chaque itération de Newton. Nous proposons de résoudre les problèmes directs de diffusion par une méthode d'éléments finis basée sur des approximations de Galerkin utilisant des éléments au bord courbés.

Des résultats numériques seront présentés pour illustrer les faits saillants de cette méthodologie numérique et éclairer ses performances.

The determination of the shape of an obstacle from its effects on known acoustic waves is an important problem in many technologies such as sonar, geophysical exploration and medical imaging. This inverse obstacle problem (IOP) is difficult to solve, especially from a numerical viewpoint, because of its ill-posed and nonlinear nature. Its investigation requires the understanding of the theory for the associated direct scattering problem, and the mastery of the corresponding numerical solution methods.

The main goal of this work is the development of an efficient procedure for retrieving the shape of an elastic obstacle from the knowledge of some scattered far-field patterns, and assuming certain characteristics of the surface of the obstacle. We propose a solution methodology based on a regularized Newton-type method.

The solution of the considered IOP by the proposed iterative method incurs, at each iteration, the solution of a linear system whose entries are the Fréchet derivatives of the elasto-acoustic field with respect to the shape parameters. We prove that these derivatives are solutions of the same direct elasto-acoustic scattering problem that differs only in the transmission conditions on the surface of the scatterer.

Furthermore, the computational efficiency of the IOP solver depends mainly on the computational efficiency of the solution of the forward problems that arise at each Newton iteration. We propose to solve the direct scattering-type problems using a finite-element method based on discontinuous Galerkin approximations equipped with curved element boundaries.

Numerical results will be presented to illustrate the salient features of this computational methodology and highlight its performance characteristics.