

Gregory NUEL (CNRS, Pierre et Marie Curie)

Moments of additive functionals on Bayesian networks and applications

Moments de fonctionnelles additives sur des réseaux bayésiens et applications

Nous commençons par définir un réseau bayésien comme une généralisation naturelle des modèles markoviens discrets (chaînes ou arbres de Markov, chaînes de Markov cachées, etc.). Nous introduisons ensuite le principe de propagation d'évidence à travers un exemple simple. Nous utilisons ensuite les arbres de jonction pour obtenir les moments de la forme $E[f(X)^m g(X)^m]$ pour un réseau bayésien quelconque. Deux cas particulier sont présenté: 1) le cas particulier $m=n=1$; 2) le cas où le réseau bayésien est en fait une simple chaîne de Markov. Nous proposons plusieurs applications: la distance de Kullback-Leibler entre deux chaîne de Markov; le nombre de run de taille k dans une séquence binaire iid; une approche à mémoire constante pour calculer des espérances conditionnelles dans le contexte de chaînes de Markov cachées; les dérivées de la vraisemblance d'une chaîne de Markov; les moments d'une statistique d'association génétique dans une structure familiale.

We first recall the definition of a Bayesian network seen as a natural generalization of discrete Markov models (Markov chains or trees, hidden Markov models, etc.). The principle of Belief propagation is then introduced on a simple example. General formulas for moments of the form $E[f(X)^m g(X)^m]$ are then derived for any Bayesian networks using junction trees. Two particular cases of interest are then detailed: 1) the particular case where $m=n=1$ (which provides dramatic simplifications of the formulas); 2) the particular case where the Bayesian network is reduced to a Markov chain. Several applications are finally considered: the Kullback-Leibler distance between two Markov chains; the number of runs of size k in a iid binary sequence; a constant memory approach for conditional expectations in a hidden Markov model; the derivatives of the parametrized likelihood of a Markov chain; the moments of a genetic association statistic over a pedigree.